## EXERCICE N°1 : 4 points 15 '

**1°)** On considère les points $A$, $B$ et $C$ d'affixes respectives $z_A=-i\sqrt{2}$, $z_B=-1+i\sqrt{2}$ et $z_C=\overline{z_A}$.

Montrer que $C$ est un point du cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre $[AB]$

**2°)** A tout $M$ du plan d'affixe $z$ distinct de chacun des points $A$ et $B$, on associe le point $M'$ d'affixe $z'$ tel que : $z'=\dfrac{z+1-i\sqrt{2}}{z+i\sqrt{2}}$

**a)** Montrer que si l'affixe $z'$ du point $M'$ est imaginaire pur, alors $M$ appartient au cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre $[AB]$.

**b)** Montrer que si $|z'|=1$, alors $M$ est un point de la médiatrice $\Delta$ du segment $[AB]$.

**3°)** Soit $E$ le point d'affixe $z_E=\left(\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{2}i$ et $E'$ le point d'affixe $z_{E'}=\dfrac{z_E+1-i\sqrt{2}}{z_E+i\sqrt{2}}$.

**a)** Montrer que $z_{E'}=-i$.

**b)** Déduire l'affixe de chacun des deux points d'intersection de la droite $\Delta$ et du cercle $(\mathscr{C})$.

## EXERCICE N°2 : 5 points 20 '

Soit $(O,\vec{u},\vec{v})$ un repère orthonormé, $A$ et $I$ deux points d'affixes respectives 1 et $1-i$.

Soit $f$ l'application qui a tout point $M(z)$ on associe $M'(z')$ telle que $z'-1=\dfrac{i}{z-1}$.

**1°) a)** On considère les points $E$, $F$ et $G$ d'affixes respectives $z_E=i$, $z_F=-1$ et $z_G=-i$.

Déterminer les affixes des points $E'$, $F'$ et $G'$ images respectives de $E$, $F$ et $G$ par $f$.

**b)** Montrer que les points $E'$, $F'$ et $G'$ sont alignés.

**2°)** Montrer que, pour tout nombre complexe $z\neq 1$, $z=\dfrac{z'+i-1}{z'-1}$.

**3°)** En déduire que, si $M$ est un point du cercle (C) de centre $O$ et de rayon 1, distinct de $A$, alors $M'$ appartient à une droite que l'on déterminera.

**4°)** Montrer que, pour tout point $M$ et tout point $N$ d'image $N'$ par $f$, distinct de A :

$M'N'=\dfrac{MN}{AM\times AN}$.

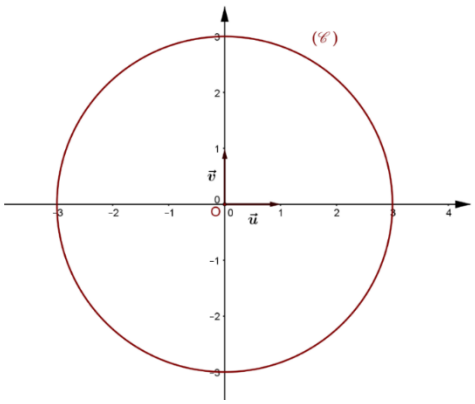
**5°)** Soient $B$, $C$, $D$ trois points de (C), distincts de $A$. D'après la question **3°)**, leurs images $B'$, $C'$ et $D'$ sont alignées. On suppose, que $C'$ est situé entre $B'$ et $D'$.

Montrer que l'on a alors : $AB\times CD+BC\times DA=AC\times BD$.


Tous droits réservés © TakiAcademy.com

## EXERCICE N°3 : 6 points 25 '

Dans la figure ci-contre, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, $(\mathscr{C})$ est le cercle de centre $O$ et de rayon 3.




**1°)** Soit $Q$ le point d'affixe $\sqrt{5}+2i$.

**a)** Montrer que le point $Q$ appartient à $(\mathscr{C})$.

**b)** Construire alors le point $Q$.

**2°)** Soient $A$ et $B$ les points d'affixes respectives les nombres complexes :

$$a=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right) \quad \text{et} \quad b=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right).$$

**a)** Montrer que les points $A$ et $B$ appartiennent au cercle $(\mathscr{C})$.

**b)** Vérifier que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$.

**c)** En déduire que le quadrilatère $OAQB$ est un losange.

**d)** Construire alors les points $A$ et $B$.

## EXERCICE N°4 : 5 points 20 '

Le plan complexe $(\mathscr{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$.

**1°)** Déterminer l'ensemble E des points $M$ de $(\mathscr{P})$ d'affixe $z$ vérifiant : $z^2+(\bar{z})^2=0$

**2°)** A chaque point $M$ d'affixe $z$, on note $M_1$ le point d'affixe $\bar{z}$. On considère l'application

$f$ : P\{E } $\to$ P qui à tout point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que $z'=\dfrac{2z(\bar{z})^2}{z^2+(\bar{z})^2}$.

**a°)** Montrer que pour tout $M$ de P\{E }, on a $\dfrac{z'}{\bar{z}}$ est un réel, en déduire que $M' \in (OM_1)$.

**b°)** Montrer que pour tout $M$ de P\{E }, on a $\dfrac{z'-z}{z}$ est imaginaire. En déduire que le triangle $OMM'$ est rectangle en $M$.

**c°)** Donner alors la construction géométrique du point $M'$ associé à $M$ pour tout $M$ de P\{E}.

**d°)** En utilisant les résultats des questions **a)** et **b),** résoudre l'équation (E) : $\dfrac{2z(\bar{z})^2}{z^2+(\bar{z})^2}=5-\dfrac{5}{2}i$.

## EXERCICE N°5 : 3 points 10 '


: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

Le plan complexe $(\mathscr{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. Déterminer l'ensemble des points M de $(\mathscr{P})$ d'affixe $z$ vérifiant :

**1°)** $|z+2-i|=5$ **2°)** $|z-4-i|=|z-1-3i|$ **3°)** $|iz-2+3i|=3$

**4°)** $\arg(z+3-2i)=\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ **5°)** $\arg(z-3i)=\frac{\pi}{2}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$ **6°)** $\arg(iz)\equiv\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

**7°)** $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$ **8°)** $\arg\left(\frac{z+i}{z-i}\right)=\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

## EXERCICE N°6 : 3 points 10 '

Le plan complexe $(\mathscr{P})$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. Déterminer l'ensemble des points $M$ de $(\mathscr{P})$ d'affixe $z$ vérifiant :

**1°)** $z=2-i+3e^{i\theta}\ \ (\theta\in IR)$ ; **2°)** $z=1+3i+2e^{i\theta}$, $\theta\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

**3°)** $z=1+2i+2e^{i\theta}\ \ (\theta\in]0,\pi])$ **4°)** $z=3i-2ie^{-i\theta}$, $\theta\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$.


: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com